

РАСТАВЉАЊЕ НА ПРОСТЕ ЧИИНОЦЕ

НАЈВЕЋИ ЗАЈЕДНИЧКИ ДЕЈИЈАЦ

ИЗД

5. разред

НАСТАВНИК: ИВАН ВУКУЋЕВИЋ

Децембар, 2023. година

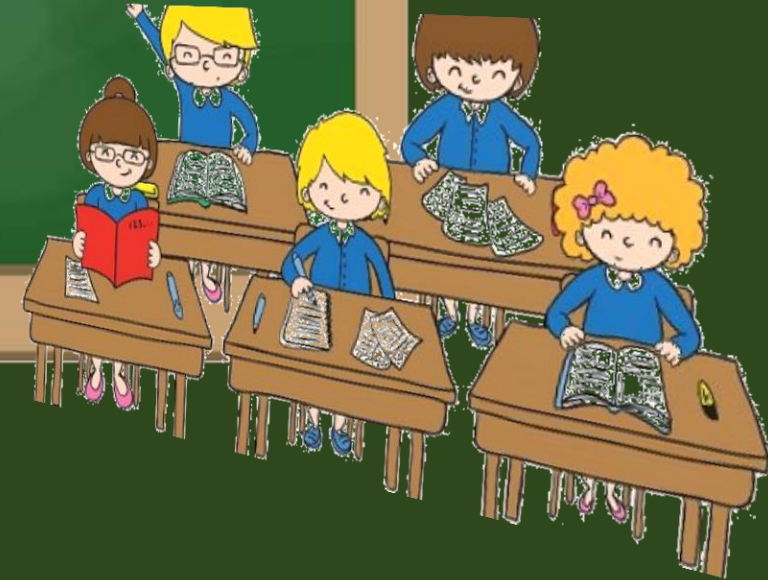


➤ Прости чиниоци

➤ Заједнички делилац

➤ Највећи заједнички делилац (НЗД)

➤ Еуклидов алгоритам



РАСТАВЉАЊЕ НА ПРОСТЕ ЧИНИОЦЕ

24

$$24 = 2 \cdot 12 = 2 \cdot 2 \cdot 6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

24		2	}	= 2 ³ · 3
12		2		
6		2		
3		3		
1				

36

$$36 = 6 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

36		2	}	= 2 ² · 3 ²
18		2		
9		3		
3		3		
1				

Раставити број на просте чиниоце значи написати га у облику производа простих чинилаца.

РАСТАВЉАЊЕ НА ПРОСТЕ ЧИНИОЦЕ

150

$$150 = 15 \cdot 10$$

$$150 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$$

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$5 \cdot 5 = 5^2$$

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$150 = 3 \cdot 50$$

$$150 = 3 \cdot 5 \cdot 10 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$$

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

150		2
75		3
25		5
5		5
1		

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

Користећи приказани начин или шему,
раставите сами на просте чиниоце бројеве:

а) 396 б) 1008

ЗАЈЕДНИЧКИ ДЕЛИЛАЦ И НАЈВЕЋИ ЗАЈЕДНИЧКИ ДЕЛИЛАЦ (НЗД)

➤ Који бројеви су заједнички делиоци бројева:

а) 4 и 6

$$D_4 = \{1, 2, 4\} \quad D_6 = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$D(4,6) = \{1, 2\}$$

б) 12 и 18

$$D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \quad D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$$D(12,18) = \{1, 2, 3, 6\}$$

➤ За бројеве 12 и 18 који од заједничких делилаца је највећи?

$$\left. \begin{array}{l} 6 \mid 12 \\ 6 \mid 18 \end{array} \right\} \text{НЗД}(12,18) = 6$$

Заједнички делилац два броја је број са којим су дељива оба дата броја.

НЗД два броја је највећи број који истовремено дели оба без остатка.

ЗАЈЕДНИЧКИ ДЕЛИЛАЦ И НАЈВЕЋИ ЗАЈЕДНИЧКИ ДЕЛИЛАЦ (НЗД)

$$\text{НЗД}_{(195,150)} = 15$$

$$\begin{array}{r|l} 195 & 3 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 150, 195 & 3 \\ 50, 65 & 5 \\ \hline 10, 13 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 150, 195 \\ 50, 65 \\ 10, 13 \end{array}} \right\} \text{НЗД}_{(195,150)} = 3 \cdot 5 = 15$$

$$195 = 3 \cdot 5 \cdot 13$$

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$$

$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

Највећи заједнички делилац (НЗД) за дате бројеве тражимо све док они и количници дељења имају заједничке, просте делиоце.

НАЈВЕЋИ ЗАЈЕДНИЧКИ ДЕЛИЛАЦ (НЗД)

а) $\text{НЗД}(28,42,70) = 14$

$$\begin{array}{r|l} 28, 42, 70 & 2 \\ 14, 21, 35 & 7 \\ \hline 2, 3, 5 & \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r|l} 28, 42, 70 \\ 14, 21, 35 \\ 2, 3, 5 \end{array}} \right\} \text{НЗД}(28,42,70) = 2 \cdot 7 = 14$$

б) $\text{НЗД}(8,9) = 1$

$$8, 9 \mid 1 \quad \begin{array}{l} \text{узајамно прости бројеви} \\ \text{немају заједничких делилаца} \end{array}$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \qquad 9 = 3 \cdot 3$$

└──────────┘
?

Број 8 и број 9 нису прости бројеви!

И један и други имају више од два делиоца и зато су сложени бројеви.

Бројеви 8 и 9 су узајамно прости бројеви зато што немају заједничких делилаца.

НАЈВЕЋИ ЗАЈЕДНИЧКИ ДЕЛИЛАЦ (НЗД)

У једном складишту, вреће од 96 kg брашна и 60 kg шећера треба поделити у једнаке кесе.

Колико килограма ће бити у једној кеси? Колико кеса ће бити потребно?

$$\begin{array}{r|l} 96, 60 & 2 \\ 48, 30 & 2 \\ 24, 15 & 3 \\ \hline 8, 5 & \end{array}$$

$$\text{НЗД}(96,60)=2 \cdot 2 \cdot 3=12$$

У једној кеси ће бити 12kg.

$$96:12=8$$

$$60:12=5$$

Потребно је $5+8=13$ кеса.

ЕУКЛИДОВ АЛГОРИТАМ И НАЈВЕЋИ ЗАЈЕДНИЧКИ ДЕЛИЛАЦ (НЗД)

$$\text{НЗД}(462,132)=66$$

$$462-132=330$$

$$132 \neq 330$$

$$330-132=198$$

$$198 \neq 132$$

$$198-132=66$$

$$132 \neq 66$$

$$132-66=66$$

$$66=66$$

$$66-66=0$$

1. Одузми мањи број од већег.
2. Упореди разлику и умањилац.
3. Ако је резултат једнак нули, стани.
4. Испиши резултат као НЗД.
5. Ако је нова разлика већа од нуле, понови корак 1.



Еуклид (330 - 275. п.н.е)
је био познати
грчки математичар
из Атине.

Како то да алгоритам заиста даје добро решење?
Разлог томе лежи у особинама операције одузимања и множења:
- Највећи заједнички делилац два броја ће бити и НЗД разлике та
два броја и мањег броја.

ХВАЛА НА ПАЖИЊИ!